Domáca úloha.

Problémy vypracujte čo najpresnejšie a najpodrobnejšie. Toto je posledná úloha. Je za 25 bodov (do celkového súčtu sa bude zarátavať len 20. 5 bodov je bónus). Odovzdajte ju na začiatku cvičení 15.12.

1. Dokážte, že $A \div B = A \div C$ platí práve vtedy, keď $B = C$. (symbol $A \div B$ označuje v tejto úlohe symetrický rozdiel množín A a B)

2.

a)Nakreslite Vennove diagramy pre nasledovné situácie:

i) $A \cup B \subset A \cup C$, ale $B \not\subseteq C$;
ii) $A \cap B \subset A \cap C$, ale $B \not\subseteq C$.

b) Nájdite príklady množín A, B a C, ktoré spĺňajú vzťah i) a vzťah ii).

3. Nájdite množiny A, B a C také, aby platilo $A \cup B = A \cup C$ a zároveň $B \neq C$. (Tento príklad ukazuje, že pri množinovej spojke $\cup$ nemožno krátiť rovnice.)

4. Dokážte:

a) $A \cup B = \emptyset$ platí práve vtedy, keď platí $(A = \emptyset \wedge B = \emptyset)$.

b) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$ platí práve vtedy, keď platí $A \subseteq C$.

c) $A \cup B = A \cap C$ platí práve vtedy, keď platí $B \subseteq A \subseteq C$.

5. Ak existuje mnozina X taká, že $A \cap X = B \cap X$ a $A \cup X = B \cup X$, tak potom platí $A = B$. Dokážte.

6. Dokážte, že $A \div B = A \cup B$ platí práve vtedy, keď platí $A \cap B = \emptyset$.

7. Určte, čomu sa rovná $[B \div [(A \div B) \div C]] \div [[A \div (C \div A)] \div B]$.

8. Pre každé z nasledujúcich (nepravdivých) tvrdení nakreslite Vennov diagram. Potom nepravdivosť tvrdenia demonštrujte kontrapríkladom:

a) $A - B = B - A$.

b) $A \cap B \subset A$.

c) $A \subseteq B \cup C \Rightarrow [(A \subseteq B) \vee (A \subseteq C)]$.

d) $B \cap C \subseteq A \Rightarrow [(B \subseteq A) \vee (C \subseteq A)]$.

9. Nech $A \subseteq B$. Dokážte, že potom pre ľubovoľné C platia nasledovné vzťahy:

a) $A \cup C \subseteq B \cup C$

b) $A \cap C \subseteq B \cap C$

c) $A - C \subseteq B - C$

d) $C - A \supseteq C - B$

e) $A^c \supseteq B^c$

10. Dokážte alebo vyvráťte:

a)

$$\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cap B)$$

b)

$$\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cup B)$$

12. Dokážte: Ak $(a, b) = (b, a)$, tak $a = b$.