

Domáca úloha č.5

Podrobné riešenia tejto domácej úlohy treba odovzdať na začiatku poslednej prednášky v tomto semestri 22.5. Úloha je za 14 bodov (4 body bónus).

- **Príklad 1.** Nech G je neorientovaný graf bez slučiek na n vrchoch. Ak G má 56 hrán a $\bar{G}$ má 80 hrán, nájdite n .
- **Príklad 2.** Uveďte príklad grafu ktorý
 - a) nemá ani Eulerovský uzavretý ťah, ani Hamiltonovský cyklus.
 - b) má Eulerovský uzavretý ťah, ale nemá Hamiltonovský cyklus.
 - c) má Hamiltonovský cyklus, ale nemá Eulerovský uzavretý ťah.
 - d) má aj Hamiltonovský cyklus, aj Eulerovský uzavretý ťah.
- **Príklad 3.** Nech $G = (V, E)$ je spojitý graf bez slučiek, kde $|V| = v$. Dokážte, že ak $|E| > (v/2)^2$, tak G nemôže byť bipartitný.
- **Príklad 4.**
 - a) Nájdite všetky neizomorfné úplné bipartitné grafy $G = (V, E)$, kde $|V| = 6$.
 - b) Koľko je neizomorfných úplných bipartitných grafov $G = (V, E)$, kde $|V| = n$, $n \geq 2$?
- **Príklad 5.** Nech G_1, G_2 sú neorientované grafy bez slučiek. Dokážte, že G_1, G_2 sú izomorfné práve vtedy, keď $\bar{G}_1, \bar{G}_2$ sú izomorfné.
- **Príklad 6.** Dokážte, že neorientovaný graf bez slučiek na n vrchoch, ktorý má viac ako $\binom{n-1}{2}$ hrán, je súvislý. Ukážte, že $\binom{n-1}{2}$ hrán nestačí.
- **Príklad 7.**
 - a) Nech G je graf s k komponentami súvislosti a nech e je hrana grafu G . Dokážte, že počet komponent súvislosti grafu $G - \{e\}$ je menší ako $k + 2$.
 - b) Nájdite príklad súvislého grafu G s vrcholom v takým, že počet komponent súvislosti grafu $G - \{v\}$ je aspoň 5.
 - c) Nech G je graf s k komponentami súvislosti a nech v je vrchol grafu G . Dokážte, že počet komponent súvislosti grafu $G - \{v\}$ je nanajvyš $k + \deg_G(v)$.