

Domáca úloha č.4

Podrobné riešenia tejto domácej úlohy treba odovzdať na začiatku cvičení v prvom májovom týždni. Úloha je za 10 bodov.

- **Príklad 1.** Ukážte, že množina všetkých nekonečných postupností znakov nad abecedou $\{a, b, c\}$ je nespočítateľná.
- **Príklad 2.** Nech A je množina všetkých konečných podmnožín $\mathcal{N}$ a nech B je množina všetkých nekonečných podmnožín $\mathcal{N}$. Ukážte, že aspoň jedna z množín A, B je nespočítateľná.
- **Príklad 3.** Ak $|A_1| = |A_2|$ a $|B_1| = |B_2|$, tak $|A_1 \times B_1| = |A_2 \times B_2|$. Dokážte.
- **Príklad 4.** Nech S je množina všetkých takých postupností $\{s_n\}_{n=0}^{\infty}$ prirodzených čísel, pre ktoré $\exists n_0$ také, že $s_n = 0$ pre $\forall n \geq n_0$. Ukážte, že S je spočítateľná množina.
- **Príklad 5.** Ak $|A| \leq |B|$, to jest existuje injektívne zobrazenie z A do B , a ak $A \neq \emptyset$, tak existuje zobrazenie B na A .
- **Príklad 6.** Ukážte, že možno zostrojiť zhora neohraničenú rastúcu postupnosť mohutností množín.

Bónus (extra 2 body):

- **Príklad 7.** Nech M je nekonečná množina, A spočítateľná množina. Potom $(M \cup A) \sim M$. Dokážte.