Domáca úloha č.3

Podrobné riešenia tejto domácej úlohy treba odovzdať na začiatku prednášky v pondelok 10.4.2006 (potom sú už Veľkonočné sviatky). Úloha je za 10 bodov.

- **Príklad 1.** Nech f je zobrazenie. Potom f je bijekcia práve vtedy, keď f^{-} je zobrazenie. Dokážte.

- **Príklad 2.** Nech $\phi : A \to B$ je bijekcia a nech $\psi : B \to C$ je tiež bijekcia. Ukážte, že potom zloženie $\phi \circ \psi$ je bijekcia z A do C.

- **Príklad 3.** Zistite, či sú nasledujúce tvrdenia pravdivé. Ak áno, uveďte dôkaz, ak nie, nájdite kontrapríklad:

  a) $2\mathcal{Z} = \{2k | k \in \mathcal{Z}\}$ je spočítateľná. ($\mathcal{Z}$ označuje množinu všetkých celých čísel).

  b) Ak sú A a B spočítateľné, je aj $A \cup B$ spočítateľná.

  c) Ak sú A a B nespočítateľné, je aj $A \cap B$ nespočítateľná.

  d) Ak sú A a B spočítateľné, je aj $A - B$ spočítateľná.

  e) Ak sú A a B nespočítateľné, je aj $A - B$ nespočítateľná.

- **Príklad 4.** Nech A, B sú množiny a nech je A nespočítateľná. Ak $A \subseteq B$, dokážte, že B je nespočítateľná.

- **Príklad 5.** Nech S je spočítateľná množina a nech R je ekvivalencia na S. Dokážte, že S/R je spočítateľná množina. (Pripomeňme, že S/R označuje rozklad množiny S indukovaný ekvivalenciou R)