

# Skúška z predmetu 1-INF-450 Logika pre informatikov ZS 2013/14

## Povinná časť

- Definícia triedy primitívne rekurzívnych funkcií.
- Definícia triedy obecné rekurzívnych funkcií.
- Definícia triedy  $\mu$ -rekurzívnych funkcií.
- Definícia triedy čiastočne rekurzívnych funkcií.
- Definícia triedy čiastočne  $\mu$ -rekurzívnych funkcií.
- Charakterizácia triedy primitívne rekurzívnych funkcií pomocou regulárnej rekurzívnej s mierou.
- Znenie Kleeneho vety o normálnej forme pre čiastočne rekurzívne funkcie. Neformálny popis argumentov Kleeneho predikátu.

## Ústné otázky

### 1 Otázka

Primitívne rekurzívne predikáty a ohraničená minimalizácia.

- Definícia triedy primitívne rekurzívnych funkcií.
- Dôkaz vety:

Primitívne rekurzívne funkcie sú uzavreté na definície funkcií ohraničenou minimalizáciou.

- Dôkaz vety:

Primitívne rekurzívne predikáty sú uzavreté na explicitné definície predikátov s ohraničenými formulami.

### 2 Otázka

Dôkaz vety:

Primitívne rekurzívne funkcie sú uzavreté na rekuziu so substitúciou v parametri.

*Podotázky:*

- Definícia triedy primitívne rekurzívnych funkcií.
- Dôkaz lemy:

Primitívne rekurzívne funkcie sú uzavreté na spätnú rekurziu.
- Dôkaz vety pre prípad: jedno rekurzívne volanie a jeden parameter.

### **3 Otázka**

Dôkaz vety:

Primitívne rekurzívne funkcie sú uzavreté na vnorenú jednoduchú rekurziu.

*Podotázky:*

- Definícia triedy primitívne rekurzívnych funkcií.
- Dôkaz vety pre prípad: dve rekurzívne volania a jeden parameter.

### **4 Otázka**

Dôkaz vety:

Trieda primitívne rekurzívnych funkcií je najmenšia trieda funkcií, ktorá obsahuje funkciu nasledovníka a predchodcu, a ktorá je uzavretá na explicitné definície a regulárnu rekurziu s mierou.

*Podotázky:*

- Definícia triedy primitívne rekurzívnych funkcií.
- Dôkaz lemy:

Primitívne rekurzívne funkcie sú uzavreté na rekurziu s mierou.
- Dôkaz lemy:

Primitívne rekurzívne funkcie sú uzavreté na regulárnu rekurziu s mierou.

## 5 Otázka

Univerzálna funkcia pre primitívne rekurzívne funkcie.

- Prečo ja táto funkcia obecne rekurzívna, t.j. aký typ rekurzie sa používa v rekurzívnej definícii tejto funkcie?

- Definícia pojmu:

Byť univerzálnou funkciou pre triedu  $n$ -árnych primitívne rekurzívnych funkcií.

- Dôkaz vety:

Univerzálna funkcia nie je primitívne rekurzívna.

- Dôkaz vety:

Graf univerzálnej funkcie nie je primitívne rekurzívny.

## 6 Otázka

Obecne rekurzívne funkcie.

- Definícia triedy obecne rekurzívnych funkcií.

- Dôkaz vety:

Trieda obecne rekurzívnych funkcií je primitívne rekurzívne uzavretá.

Dôsledky tejto vety.

- Dôkaz vety:

Trieda obecne rekurzívnych funkcií je uzavretá na definície funkcií regulárnou minimalizáciou.

- Dôkaz vety:

Funkcia je obecne rekurzívna práve vtedy, keď jej graf je obecne rekurzívny predikát.

- Príklad obecne rekurzívnej funkcie, ktorá nie je primitívne rekurzívna a ktorej graf je resp. nie je primitívne rekurzívny predikát.

## 7 Otázka

Dôkaz vety:

Trieda obecné rekurzívnych funkcií je totožná s triedou  $\mu$ -rekurzívnych funkcií.

*Podotázky:*

- Definícia triedy obecné rekurzívnych funkcií.
- Definícia triedy  $\mu$ -rekurzívnych funkcií.
- Dôkaz lemy:

Trieda obecné rekurzívnych funkcií je uzavretá na definície funkcií regulárnou minimalizáciou.

- Dôkaz lemy:

Trieda  $\mu$ -rekurzívnych funkcií je uzavretá na regulárne rekurzívne definície do dobre založených relácií.

## 8 Otázka

Dôkaz Kleeneho prvej vety o rekurzii (veta o pevnom bode).

## 9 Otázka

Dôkaz vety:

Každá rekurzívna funkcia je obecné rekurzívna.

*Podotázky:*

- Definícia triedy obecné rekurzívnych funkcií.
- Definícia triedy čiastočne rekurzívnych funkcií.
- Znenie Kleeneho vety o normálnej forme pre čiastočne rekurzívne funkcie.
- Dôkaz lemy:

Trieda obecné rekurzívnych funkcií je primitívne rekurzívne uzavretá.

Dôsledky tejto lemy.

- Dôkaz lemy:

Trieda obecné rekurzívnych funkcií je uzavretá na definície funkcií regulárnou minimalizáciou.

## 10 Otázka

Dôkaz vety:

Trieda čiastočne rekurzívnych funkcií je totožná s triedou čiastočne  $\mu$ -rekurzívnych funkcií.

*Podotázky:*

- Definícia triedy čiastočne rekurzívnych funkcií.
- Definícia triedy čiastočne  $\mu$ -rekurzívnych funkcií.
- Znenie Kleeneho vety o normálnej forme pre čiastočne rekurzívne funkcie.
- Dôkaz lemy:

Trieda čiastočne rekurzívnych funkcií je uzavretá na operátor primitívnej rekúzie čiastočných funkcií.

- Dôkaz lemy:

Trieda čiastočne rekurzívnych funkcií je uzavretá na operátor minimalizácie čiastočných funkcií.

## 11 Otázka

Enumeračná čiastočná funkcia pre čiastočne rekurzívne funkcie.

- Definícia triedy čiastočne rekurzívnych funkcií.
- Znenie Kleeneho vety o normálnej forme pre čiastočne rekurzívne funkcie.
- Konštrukcia enumeračnej čiastočnej funkcie, jej vlastnosti.
- Dôkaz vety o enumerácií pre čiastočne rekurzívne funkcie.
- Dôkaz vety:

Totálne zúplnenie enumeračnej čiastočnej funkcie nie je rekurzívna funkcia.

- Dôkaz vety:

Graf enumeračnej čiastočnej funkcie nie je rekurzívny predikát.

## 12 Otázka

Rekurzívne nerozhodnuteľné problémy.

- Definícia triedy čiastočne rekurzívnych funkcií.
- Znenie Kleeneho vety o normálnej forme pre čiastočne rekurzívne funkcie.
- Konštrukcia enumeračnej čiastočnej funkcie, jej vlastnosti.
- Dôkaz vety:

Problém zastavenia pre  $n$ -árne čiastočne rekurzívne funkcie je (rekurzívne) nerozhodnuteľný problém.

- Dôkaz vety:

Problém zastavenia pre enumeračnú čiastočnú funkciu je (rekurzívne) nerozhodnuteľný problém.

## 13 Otázka

Rekurzívne polorozhodnuteľné problémy.

- Definícia triedy čiastočne rekurzívnych funkcií.
- Znenie Kleeneho vety o normálnej forme pre čiastočne rekurzívne funkcie.
- Čiastočne rekurzívne predikáty (definícia).
- Príklad čiastočne rekurzívneho predikátu, ktorý nie je rekurzívny. Zdôvodnite výber!
- Dôkaz vety o normálnej forme pre čiastočne rekurzívne predikáty.
- Dôkaz Postovej vety:

Predikát je rekurzívny vtt ak on a jeho negácia sú čiastočne rekurzívne predikáty.

- Príklad predikátu, ktorý nie je čiastočne rekurzívny. Zdôvodnite výber!
- Projekcie rekurzívnych predikátov (definícia).
- Dôkaz vety:

Čiastočne rekurzívne predikáty sú práve projekcie rekurzívnych predikátov.

#### 14 Otázka

Rekurzívne polorozhodnuteľné problémy.

- Definícia triedy čiastočne rekurzívnych funkcií.
- Znenie Kleeneho vety o normálnej forme pre čiastočne rekurzívne funkcie.
- Čiastočne rekurzívne predikáty (definícia).
- Dôkaz vety o normálnej forme pre čiastočne rekurzívne predikáty.
- Rekurzívne spočítateľné predikáty (definícia).
- Dôkaz vety:

Čiastočne rekurzívne predikáty sú práve rekurzívne spočítateľné predikáty.

- Dôkaz vety:

Uniformný problém zastavenia pre  $n$ -árne čiastočne rekurzívne funkcie nie je ani polorozhodnuteľný problém.