

Skúška z predmetu 1-AIN-625 Úvod do matematickej logiky pre programátorov ZS 2012/13

Povinná časť

- Definícia triedy primitívne rekurzívnych funkcií.
- Definícia triedy obecné rekurzívnych funkcií.
- Definícia triedy μ -rekurzívnych funkcií.
- Definícia triedy čiastočne rekurzívnych funkcií.
- Definícia triedy čiastočne μ -rekurzívnych funkcií.
- Charakterizácia triedy primitívne rekurzívnych funkcií pomocou regulárnej rekurzie s mierou.
- Znenie Kleeneho vety o normálnej forme pre čiastočne rekurzívne funkcie. Neformálny popis argumentov Kleeneho predikátu.

Ústné otázky

1 Otázka

Primitívne rekurzívne predikáty a ohraničená minimalizácia.

- Definícia triedy primitívne rekurzívnych funkcií.
- Dôkaz vety:

Primitívne rekurzívne funkcie sú uzavreté na definície funkcií ohraničenou minimalizáciou.

- Dôkaz vety:

Primitívne rekurzívne predikáty sú uzavreté na explicitné definície predikátov s ohraničenými formulami.

2 Otázka

Dôkaz vety:

Primitívne rekurzívne funkcie sú uzavreté na rekurziu so substitúciou v parametri.

Podotázky:

- Definícia triedy primitívne rekurzívnych funkcií.
- Dôkaz lemy:

Primitívne rekurzívne funkcie sú uzavreté na spätnú rekurziu.

- Dôkaz vety pre prípad: jedno rekurzívne volanie a jeden parameter.

3 Otázka

Dôkaz vety:

Primitívne rekurzívne funkcie sú uzavreté na vnorenú jednoduchú rekurziu.

Podotázky:

- Definícia triedy primitívne rekurzívnych funkcií.
- Dôkaz vety pre prípad: dve rekurzívne volania a jeden parameter.

4 Otázka

Dôkaz vety:

Trieda primitívne rekurzívnych funkcií je najmenšia trieda funkcií, ktorá obsahuje funkciu nasledovníka a predchodcu, a ktorá je uzavretá na explicitné definície a regulárnu rekurziu s mierou.

Podotázky:

- Definícia triedy primitívne rekurzívnych funkcií.
- Dôkaz lemy:

Primitívne rekurzívne funkcie sú uzavreté na rekurziu s mierou.

- Dôkaz lemy:

Primitívne rekurzívne funkcie sú uzavreté na regulárnu rekurziu s mierou.

5 Otázka

Univerzálna funkcia pre primitívne rekurzívne funkcie.

- Prečo je táto funkcia obecné rekurzívna, t.j. aký typ rekurzívnej definície tejto funkcie?
- Definícia pojmu:

Byť univerzálnou funkciou pre triedu n -árnych primitívne rekurzívnych funkcií.

- Dôkaz vety:

Univerzálna funkcia nie je primitívne rekurzívna.

- Dôkaz vety:

Graf univerzálnej funkcie nie je primitívne rekurzívny.

6 Otázka

Obecné rekurzívne funkcie.

- Definícia triedy obecné rekurzívnych funkcií.
- Dôkaz vety:

Trieda obecné rekurzívnych funkcií je primitívne rekurzívne uzavretá.

Dôsledky tejto vety.

- Dôkaz vety:

Trieda obecné rekurzívnych funkcií je uzavretá na definície funkcií regulárnou minimalizáciou.

- Dôkaz vety:

Funkcia je obecné rekurzívna práve vtedy, keď jej graf je obecné rekurzívny predikát.

- Príklad obecné rekurzívnej funkcie, ktorá nie je primitívne rekurzívna a ktorej graf je resp. nie je primitívne rekurzívny predikát.

7 Otázka

Dôkaz vety:

Trieda obecné rekurzívnych funkcií je totožná s triedou μ -rekurzívnych funkcií.

Podotázky:

- Definícia triedy obecné rekurzívnych funkcií.
- Definícia triedy μ -rekurzívnych funkcií.
- Dôkaz lemy:

Trieda obecné rekurzívnych funkcií je uzavretá na definície funkcií regulárnou minimalizáciou.
- Dôkaz lemy:

Trieda μ -rekurzívnych funkcií je uzavretá na regulárne rekurzívne definície do dobre založených relácií.

8 Otázka

Dôkaz Kleeneho prvej vety o rekurzii (veta o pevnom bode).

9 Otázka

Dôkaz vety:

Každá rekurzívna funkcia je obecné rekurzívna.

Podotázky:

- Definícia triedy obecné rekurzívnych funkcií.
- Definícia triedy čiastočne rekurzívnych funkcií.
- Znenie Kleeneho vety o normálnej forme pre čiastočne rekurzívne funkcie.
- Dôkaz lemy:

Trieda obecné rekurzívnych funkcií je primitívne rekurzívne uzavretá.

Dôsledky tejto lemy.
- Dôkaz lemy:

Trieda obecné rekurzívnych funkcií je uzavretá na definície funkcií regulárnou minimalizáciou.

10 Otázka

Dôkaz vety:

Trieda čiastočne rekurzívnych funkcií je totožná s triedou čiastočne μ -rekurzívnych funkcií.

Podotázky:

- Definícia triedy čiastočne rekurzívnych funkcií.
- Definícia triedy čiastočne μ -rekurzívnych funkcií.
- Znenie Kleeneho vety o normálnej forme pre čiastočne rekurzívne funkcie.
- Dôkaz lemy:

Trieda čiastočne rekurzívnych funkcií je uzavretá na operátor primitívnej rekurzie čiastočných funkcií.
- Dôkaz lemy:

Trieda čiastočne rekurzívnych funkcií je uzavretá na operátor minimalizácie čiastočných funkcií.

11 Otázka

Enumeračná čiastočná funkcia pre čiastočne rekurzívne funkcie.

- Definícia triedy čiastočne rekurzívnych funkcií.
- Znenie Kleeneho vety o normálnej forme pre čiastočne rekurzívne funkcie.
- Konštrukcia enumeračnej čiastočnej funkcie, jej vlastnosti.
- Dôkaz vety o enumerácií pre čiastočne rekurzívne funkcie.
- Dôkaz vety:

Totálne zúplnenie enumeračnej čiastočnej funkcie nie je rekurzívna funkcia.

- Dôkaz vety:

Graf enumeračnej čiastočnej funkcie nie je rekurzívny predikát.

12 Otázka

Rekurzívne nerozhodnuteľné problémy.

- Definícia triedy čiastočne rekurzívnych funkcií.
- Znenie Kleeneho vety o normálnej forme pre čiastočne rekurzívne funkcie.
- Konštrukcia enumeračnej čiastočnej funkcie, jej vlastnosti.
- Dôkaz vety:

Problém zastavenia pre n -árne čiastočne rekurzívne funkcie je (rekurzívne) nerozhodnuteľný problém.

- Dôkaz vety:

Problém zastavenia pre enumeračnú čiastočnú funkciu je (rekurzívne) nerozhodnuteľný problém.